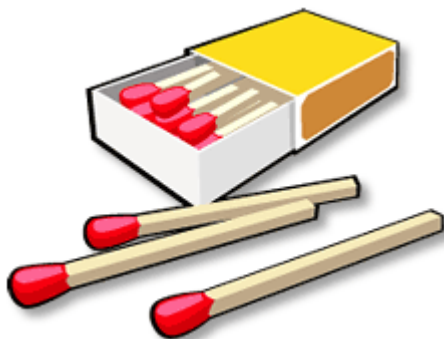
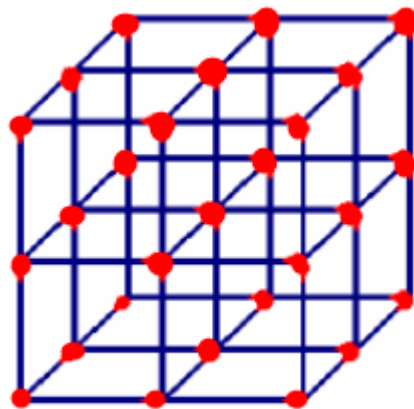


SUB12-Problema 6

A malha de fósforos



O Fábio começou a construir uma malha de pequenos cubos, feita com fósforos. Cada aresta de um pequeno cubo é formada por um único fósforo, como se ilustra na figura. Até agora, apenas criou uma malha cúbica composta de 8 cubos pequenos. Mas o seu objectivo é construir uma malha cúbica de 1000 cubos pequenos. De quantos fósforos irá precisar o Fábio para essa construção?



RESOLUÇÕES DE PARTICIPANTES

O Sub12 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de rectificar pormenores de linguagem ou de correcção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Nina do Carmo Muschketat

EB 2,3 Padre João Coelho Cabanita, Loulé

Primeiro, tentei contar os fósforos do cubo que está no problema.

Comecei por contar os fósforos da altura do cubo, ou seja, todos os verticais, e deu-me $3 \times 2 \times 3 = 18$.

Por causa das 3 dimensões do cubo (altura, comprimento e largura) e porque em cada dimensão é o mesmo nº de fósforos, tive de multiplicar o 18 por 3. Portanto:

nº de fósforos do "cubo 8 (2 ao cubo)" = $3 \times 2 \times 3 \times 3 = 54$

Para o cubo a seguir, que tem 27 cubinhos, fiz a mesma coisa e cheguei a este resultado:

nº de fósforos do "cubo 27 (3 ao cubo)" = $4 \times 3 \times 4 \times 3 = 144$ fósforos

Ao olhar para os cálculos que fiz, reparei que havia uma regra para calcular os fósforos. Os "números ao cubo" que estão nos meus exemplos, ou seja, o 2 e o 3, vou chamar n. E assim a regra para calcular os fósforos é:

nº de fósforos do "cubo X (n ao cubo)" = $(n+1) \times n \times (n+1) \times 3$.

Portanto, usando esta regra, para o cubo com 1000 cubinhos cheguei a este resultado:

nº de fósforos do "cubo 1000 (10 ao cubo)" = $(10+1) \times 10 \times (10+1) \times 3 = 11 \times 10 \times 11 \times 3 = 3630$

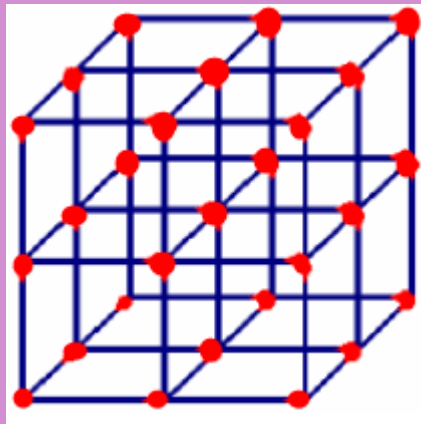
Kátia Oliveira,

Colégio Internacional de Vilamoura

Resposta: É preciso 3630 fósforos.

Para 8 cubos necessitamos de 3 fósforos para a largura e 3 para o comprimento e 2 para a altura e todos estes fósforos a multiplicar por 3.

$$3 \times (3 \times 3 \times 2) = 54$$



Então para mil cubos é preciso 11 fósforos para a largura, 11 fósforos para o comprimento e 10 fósforos para a altura. Todos estes fósforos a multiplicar por 3.

$$3 \times (11 \times 11 \times 10) =$$

$$= 3 \times (121 \times 10) =$$

$$= 3 \times 1210 =$$

$$= 3630$$

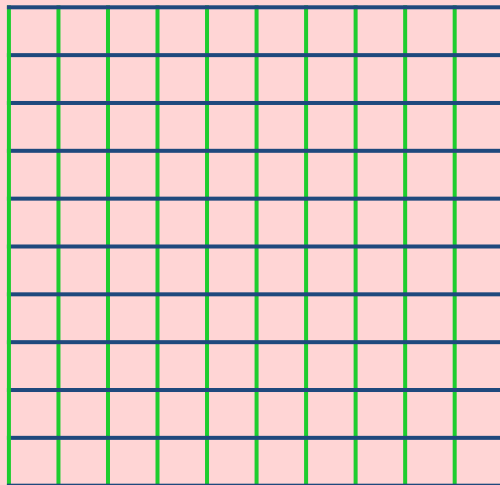
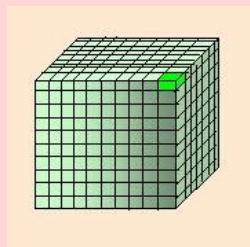
Carolina Rosa, David Ramires e Laura Leal

EB 2,3 de Monte Gordo

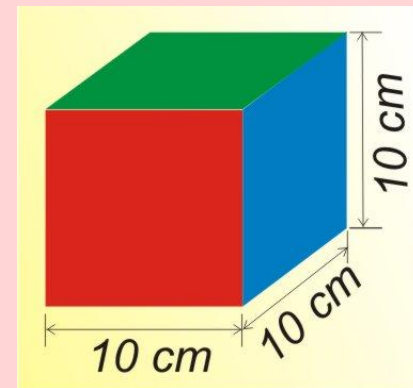
Para a malha de fósforos ter 1000 cubinhos, quer dizer que o cubo tem que ter 10 de aresta, porque Volume do cubo = $a \times a \times a$ ($10 \times 10 \times 10 = 1000$ cubos).

Depois estivemos a dividir o quadrado de uma das faces em linhas verticais e horizontais e imaginámos que fossem fósforos.

Na primeira linha (a azul) usam-se 10 fósforos, na segunda 20, na terceira 30, e por aí adiante até à 11ª linha, com 110 fósforos.



Depois contamos as colunas (a verde) – 10, 20, 30... até aos 110 fósforos. Chegámos a 220 fósforos, mas é apenas num quadrado. Num cubo constituído por vários cubinhos, o quadrado acima repete-se 11 vezes. Por isso, $11 \times 220 = 2420$ fósforos.



Mas falta ainda a terceira dimensão do cubo; a altura (a vermelho)! A altura do cubo também tem de levar $110 \times 11 = 1210$ fósforos.

Depois, só é preciso somar: $2420 + 1210 = 3630$ fósforos.

Lilas Potting

EB 2,3 Padre João Coelho Cabanita, Loulé

Pode-se dividir em três partes: fósforos na vertical, fósforos da esquerda para a direita e fósforos de frente para trás.

Considerarei primeiro o caso de oito pequenos cubos:

Se só contarmos os verticais de cima, será $3 \times 3 = 9$ fósforos. Há duas camadas de fósforos verticais, ou seja:

$9 \times 2 = 18$ verticais

18 da esquerda para a direita

18 de frente para trás

Total: 54 fósforos

Considerarei agora o caso de $10 \times 10 \times 10 = 1000$ pequenos cubos:

$11 \times 11 = 121$ fósforos no plano de cima. Há 10 planos, logo

$121 \times 10 = 1210$ fósforos verticais

Igualmente:

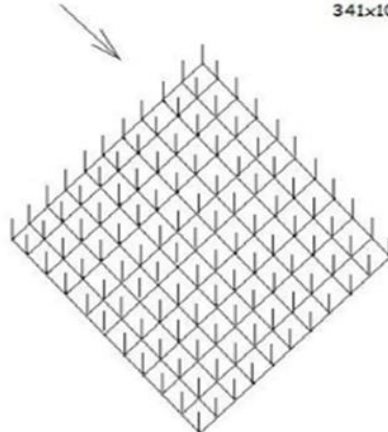
1210 da esquerda para a direita

1210 de frente para trás

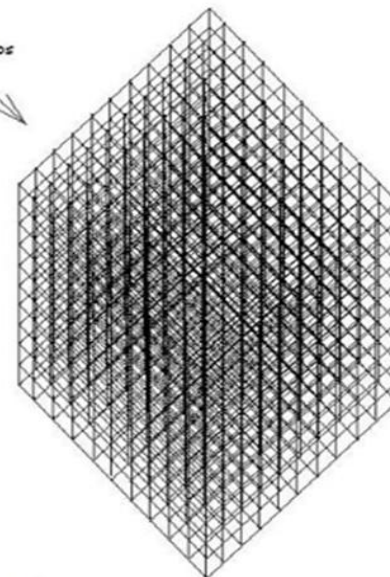
Total: 3630 fósforos

Resposta: O Fábio precisará de 3630 fósforos.

base da malha-341 fósforos



malha cúbica completa -
 $341 \times 10 + 220 = 3410 + 220 = 3630$ fósforos



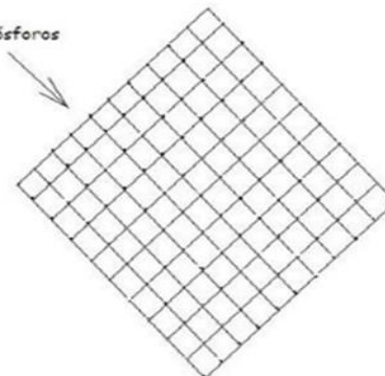
Para ter uma malha cubica de 1000 pequenos cubos, temos de construir um cubo grande de $10 \times 10 \times 10$ cubos pequenos.

No desenho que fiz em cima apresento a base dessa malha representando o primeiro andar sem a parte de cima (o tecto) com 100 cubos incompletos. Esse desenho tem 341 fósforos ($110 + 110 + 121$).

Por cima de desenho tive de acrescentar outros 9 conjuntos iguais fazendo assim o total de 1000 cubos incompletos faltando apenas a parte de cima (o tecto).

Acréscentei a parte de cima (o tecto) que é composto por 220 fósforos ($110 + 110$) ficando assim a malha cubica de 1000 cubos.

tecto - $110 + 110 = 220$ fósforos



solução:
o Fábio vai precisar de
3 630 fósforos.

Mariana Ornelas Carraça

EBI de Reguengos de Monsaraz

→ Primeiro observei como estava construída a malha cúbica representada na imagem:

❖ 8 cubos pequenos: para chegar a este número, bastava multiplicar o número de cubinhos do comprimento pelo número de cubinhos da largura e pelo número de cubinhos da altura da malha cúbica, ou seja: $2 \times 2 \times 2 = 8$

❖ Assim, para eu ter uma malha cúbica de 1000 cubos pequenos, tinha de chegar ao cálculo de $10 \times 10 \times 10$. Ou seja, uma malha cúbica constituída por 10 cubinhos no comprimento, 10 cubinhos na largura e 10 cubinhos na altura.

→ Depois contei o número de fósforos utilizados na malha cúbica representada na imagem: 54.

❖ 54 fósforos correspondem a 54 arestas.

❖ Para chegar a este número, fiz o seguinte: os cubos pequenos encostados um ao outro, ficam com uma aresta comum, tanto no comprimento como na largura e na altura. Assim em vez de 4 arestas por lado, ficam três.

❖ Para saber o nº de arestas de toda a base da malha cúbica, multipliquei essas 3 arestas por 4 filas da malha.

❖ Obtive o total de 12 arestas ($3 \times 4 = 12$).

❖ Essa base da malha cúbica é um dos planos horizontais, mas ao todo há 3 planos horizontais. Então, multipliquei 3 por 12 para obter o nº de arestas dos três planos horizontais.

❖ Assim: $3 \times 12 = 36$. São 36 arestas.

❖ Agora ainda tive de acrescentar as arestas verticais que unem os planos horizontais. Cada lado com 3 arestas. Logo há 9 arestas verticais em cada “andar”. Nesta malha cúbica há 2 “andares”. Então $2 \times 9 = 18$, ou seja, 18 arestas verticais.

❖ O último cálculo foi somar o resultado dos três planos horizontais com as arestas verticais: $36 + 18 = 54$.

❖ A malha cúbica da imagem tem 54 arestas, logo 54 fósforos.

Mariana Ornelas Carraça

EBI de Reguengos de Monsaraz

❖ Depois construí, com um jogo magnético que tenho, uma malha cúbica de três cubinhos (comprimento) por três (largura) e por três (altura), para ver as alterações que aconteciam.

Verifiquei que:

- ❖ o nº de arestas por lado aumenta +1;
- ❖ no plano horizontal acrescenta-se +2 filas;
- ❖ o nº de planos horizontais aumenta +1;
- ❖ as arestas verticais aumentam de nº uma vez que as arestas, por lado, aumenta +1.
- ❖ o nº de andares aumenta também +1.

❖ Depois ainda com esse meu jogo magnético, construí uma malha cúbica de 4X4X4 para confirmar que as alterações eram as mesmas e verifiquei que sim.

❖ Então fiz a seguinte tabela até chegar a uma malha cúbica de 10x10x10 para saber quantas arestas teriam 1000 cubos pequenos todos juntos. O nº de arestas corresponde ao nº de fósforos.

Malha cúbica	Nº arestas base (nº arestas do lado X nº de filas)	Nº arestas planos horizontais (nº arestas base X nº de planos horizontais)	Nº de arestas verticais (nº arestas verticais de um “andar” X nº de “andares”)	Total de arestas na malha cúbica
2X2X2	3x4=12	12x3=36	(3x3)x2=18	36+18=54
3X3X3	4x6=24	24x4=96	(4x4)x3=48	96+48=144
4X4X4	5x8=40	40x5=200	(5x5)x4=100	200+100=300
5X5X5	6x10=60	60x6=360	(6x6)x5=180	360+180=540
6X6X6	7x12=84	84x7=588	(7x7)x6=294	588+294=882
7X7X7	8x14=112	112x8=896	(8x8)x7=448	896+448=1344
8X8X8	9x16=144	144x9=1296	(9x9)x8=648	1296+648=1944
9X9X9	10x18=180	180x10=1800	(10x10)x9=900	1800+900=2700
10X10X10	11x20=220	220x11=2420	(11x11)x10=1210	2420+1210=3630

Diogo Rijo, Miguel Cruz e Tiago Laurêncio

EB 2,3 de Santo António, Faro

1000 cubos: $a=10$

Na malha cúbica de 1000 cubos há: 11 planos horizontais ligados por arestas verticais.

Ver desenho com as arestas dum plano horizontal

11 planos horizontais: $a+1=10+1=11$

Cada plano horizontal tem n° de vértices:

$(a+1) \times (a+1) = (10+1) \times (10+1) = 11 \times 11 = 121$

n° de arestas:

$((a+1)+(a+1)) \times a = (11+11) \times 10 = 22 \times 10 = 220$

n° de arestas nos 11 planos horizontais:

$11 \times 220 = 2420$

n° de arestas verticais:

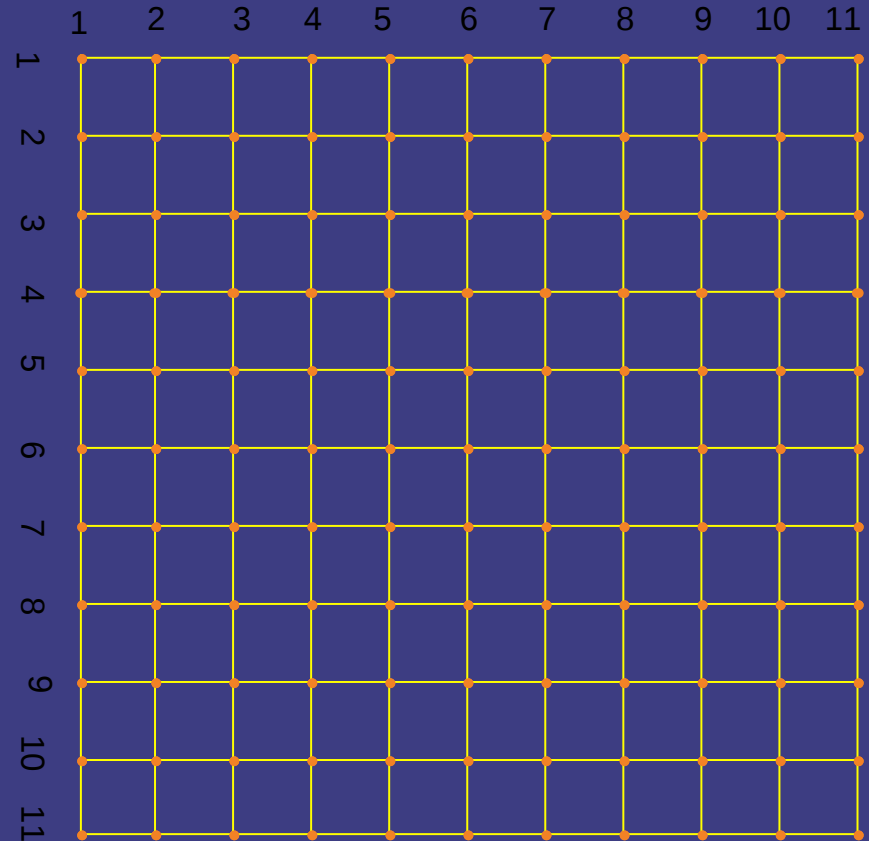
$(n^\circ \text{ de vértices num plano horizontal}) \times (n^\circ \text{ de planos horizontais} - 1)$:

$121 \times (11-1) = 121 \times 10 = 1210$

n° de fósforos = n° total de arestas = n° de arestas nos

11 planos horizontais + n° de arestas verticais:

$2420 + 1210 = 3630$



Marcelo Diogo e Hugo Correia

EBI de Salir, Loulé

camadas/ linhas	1ª linha	2ª linha	3ª linha	4ª linha	5ª linha	6ª linha	7ª linha	8ª linha	9ª linha	10ª linha
1ª camada	84	53	53	53	53	53	53	53	53	53
2ª camada	53	32	32	32	32	32	32	32	32	32
3ª camada	53	32	32	32	32	32	32	32	32	32
4ª camada	53	32	32	32	32	32	32	32	32	32
5ª camada	53	32	32	32	32	32	32	32	32	32
6ª camada	53	32	32	32	32	32	32	32	32	32
7ª camada	53	32	32	32	32	32	32	32	32	32
8ª camada	53	32	32	32	32	32	32	32	32	32
9ª camada	53	32	32	32	32	32	32	32	32	32
10ª camada	53	32	32	32	32	32	32	32	32	32

$$\begin{aligned} &84 + 53 \times 18 + 32 \times 81 = \\ &= 84 + 954 + 2592 = \\ &= 3630 \end{aligned}$$

R: O Fábio vai precisar de 3630 fósforos.

Telma Bota da Silva,

EB 2,3 Eng. Duarte Pacheco, Loulé

										$31 + 22$
										$21 + 11$
										$21 + 11$
										$21 + 11$
										$21 + 11$
										$21 + 11$
										$21 + 11$
										$21 + 11$
										$21 + 11$
										$21 + 11$
										$220 + 121$

$$220 \times 11 + 121 \times 10 = 2420 + 1210 = 3630$$

R: O Fábio irá precisar de 3630 fósforos para essa construção de 1000 cubos.

Joana Filipa Figueiredo

EB 2,3/S da Bemposta, Portimão

Vamos imaginar que se trata de um edifício cúbico de 10 andares e vamos analisar do 1º ao 10º andar.

Assim na base ou 1º andar são necessários os seguintes fósforos:

12 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8
8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5
8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5
8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5
8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5
8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5
8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5
8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5
8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5

Na base ou 1º andar são necessários
 $12+72+72+9 \times (5 \times 9) = 12+144+9 \times 45 = 156+405 = 561$
fósforos.

Continuando a subir por fatias ou andares, no 2º andar serão necessários os seguintes fósforos:

8 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5
5 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3
5 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3
5 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3
5 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3
5 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3
5 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3
5 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3
5 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3
5 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3

No 2º andar são necessários
 $8+45+45+9 \times (3 \times 9) = 8+90+9 \times 27 = 98+243 = 341$
fósforos.

Do 2º andar ao 10º andar o número de fósforos é igual. Os andares são todos iguais.

Temos 341×9 andares = 3069 fósforos

Somando 3069 fósforos com os da base que são 561 fósforos, são $3069+561 = 3630$ fósforos.

A RESPOSTA É : 3630 fósforos é o número que o Fábio precisa para fazer esta construção.